

4.4 Domeny niestabilności

Rysunek 16 pokazuje zakres częstotliwości w których występują mody niestabilne w wybranych dwóch modelach gwiazd. Widzimy, że w przedziale wysokich częstotliwości przebieg $\eta(\nu)$ nie zleży od ℓ . Tak będzie zawsze, gdy tylko w warstwach wnoszących istotny wkład do W , wartość ℓ ma zaniedbywalny wpływ na przebieg radialnych funkcji własnych, co jest spełnione wtedy gdy $\ell \ll C\sigma^2$. Przypomnijmy: $C(R) = 3$, a $\sigma \approx 2$ dla najniższego modu radialnego. Nierówność zachodzi więc w warstwach zewnętrznych dla wszystkich modów p. Z warunku brzegowego w $r = R$ (rozdz.2.7), przy $D \approx V/2$, wynikają następujące związki pomiędzy radialnymi funkcjami własnymi dla radialnej i horyzontalnej składowej ξ (rów. 2.20),

$$z(R) = \frac{y_1(R)}{3\sigma^2}, \quad (5.27)$$

oraz funkcji radialnej własnej dla lagranzowskiego zaburzenia ciśnienia (rów. 5.15),

$$y_P(R) = \left(\frac{\ell(\ell+1)}{3\sigma^2} - 4 - 3\sigma^2 \right) y_1(R), \quad (5.28)$$

które spełnione są również w przypadku nieadiabatycznym. Zaniedbywalność składowej horyzontalnej i brak jawnej zależności od ℓ oznacza, że pulsacje można opisywać jako lokanie jako płasko-równoległe cykliczne sprężanie warstwy.

Dla modów o dostatecznie niskich częstotliwościach, takich jak niestabilne mody w modelu gwiazdy SPB na rys.16, spełniona jest odwrotna nierówność, $\ell \gg C\sigma^2$ i wtedy gaz sprężany jest głównie horyzontalnie. Zależność funkcji własnych od r determinuje przede wszystkim iloraz $\frac{\sqrt{\ell(\ell+1)}}{\sigma}$, który wyznacza radialny rząd modu, $|n|$. Jest jednak osobna zależność od σ (rów 5.23), która jest ważna w warstwach nieadiabtycznych i wpływa na wartość W .

Tak więc przy niskich stopniach, ℓ , domenę niestabilności modów p wyznacza sama częstotliwość, a dla modów g wysokich rzędów częstotliwość i stopień. Tak długo, jak prędkość kątowna rotacji jest dużo mniejsza od częstotliwości kątowej oscylacji wpływ rzędu azymutalnego m będzie znikomy.

Zakres domeny niestabilności zależy od efektywności mechanizmu kappa. W przypadku badanych modeli, przede wszystkim od obfitości żelaza. Przy niskiej obfitości (skalowanej parametrem Z), przyjętej dla modelu gwiazdy typu β Cep, zakres niestabilnych częstotliwości ograniczony jest do bliskiej okolicy najniższego modu radialnego. W większości znanych przypadków gwiazd tego typu, rzeczywiście wzbudzone mody mają takie częstotliwości. Są jednak interesujące wyjątki. Nasza wiedza o modach wzbudzanych w gwiazdach typ SPB jest szczuplejsza, ale ogólny zakres wyznaczanych okresów zgadza się z przewidywaniami teorii.

Niestabilność modów rozciąga się na wyższe stopnie, aż do $\ell = 9$ w modelach gwiazd β Cep i SPB z rys. 16. Nie spodziewamy się, aby mody wysokich stopni były widoczne w fotometrii naziemnej. Znoszenie się wkładów o różnych znakach na tarczy gwiazdy powoduje redukcję obserwowalnej amplitudy zmian blasku o

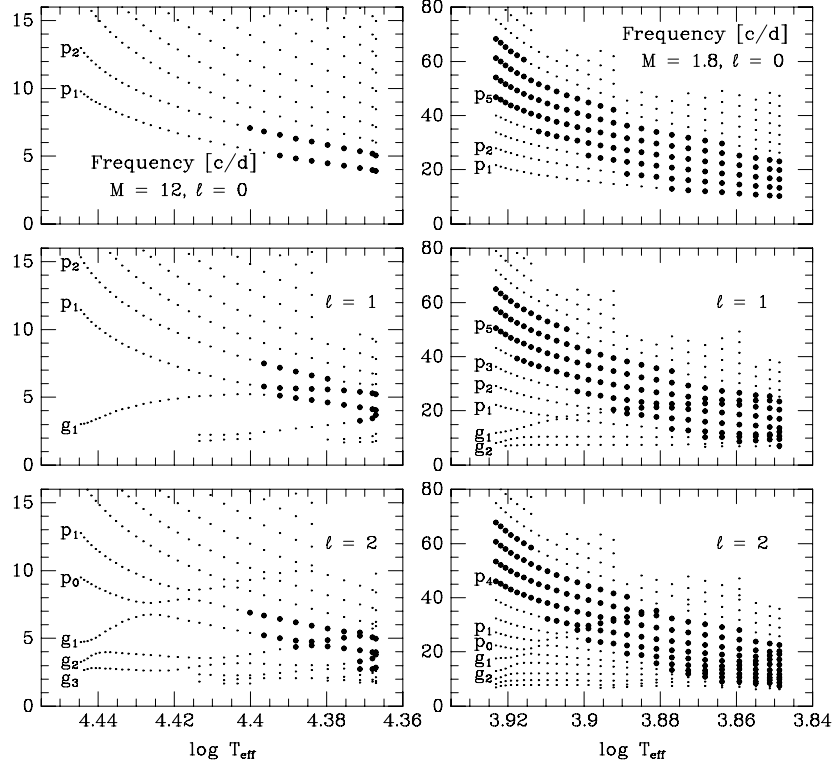
czynnik ponad 10 dla $\ell = 3$ i ponad 200 dla $\ell = 9$ w stosunku do $\ell = 1$. Bardziej szczegółowo omówiony zostanie ten efekt w jednym z następnych wykładów.

Zakres częstotliwości modów wykrywanych w gwiazdach typu δ Scuti modów jest typowo znacznie szerszy niż w gwiazdach typu β Cephei, co ilustruje rysunek 19. Gwiazdy δ Scuti, które pulsują za sprawą mechanizmu kappa działającego w warstwie jonizacji HeII, leżą w klasycznym pasie niestabilności Cefeid. Zakres niestabilnych modów zwięża się od strony wysokich częstotliwości ze wzrostem jasności. Na ciągu głównym niestabilność modów radialnych rozciąga się do p_8 . Dla jasnych cefeid ogranicza się do p_1 . Stabilne są wtedy też wszystkie mody nieradialne niskich stopni. Za stabilizację wyższych modów radialnych odpowiada malenia grawitacji i z nią wartości V . Im jest ona niższa tym szybsze malenie amplitudy y_P w głąb, co sprawia że mechanizm kappa w warstwie jonizacji HeII staje się nieefektywny. Co do modów nieradialnych w Cefeidach, to za ich tłumienie odpowiada głębokie wnętrze, gdzie mody te propagują się jako bardzo krótkie fale grawitacyjne (bardzo duże wartości N/ω).

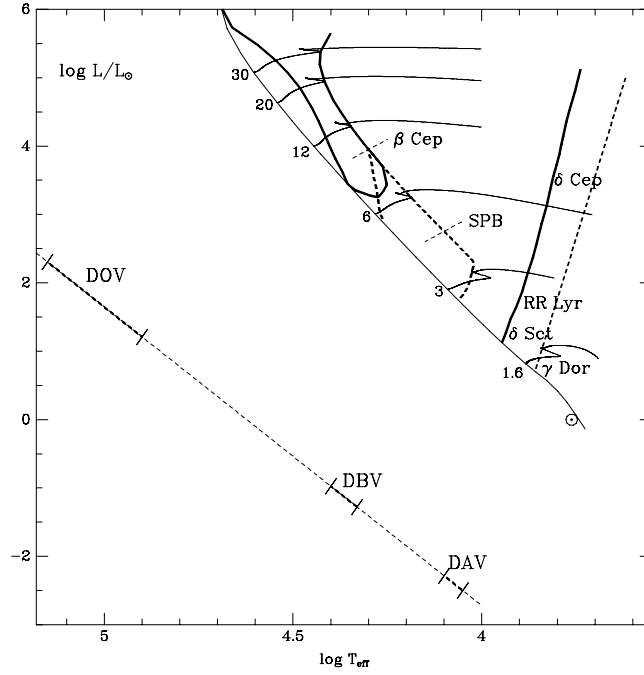
Mechanizm kappa wyjaśnia występowanie trzech domen niestabilności na diagramie H-R leżących w pasie ciągu głównego zaznaczonych na rys. 20. Nie wszystkie jednak przewidywania teorii znajdują potwierdzenie w obserwacjach. Na przykład, domena obserwacyjna gwiazd typu β Cephei nie sięga $\log L = 5$. Dolne ograniczenie domeny wyjaśniają wykresy na rys. 18. Z maleniem jasności warstwa tłumiąca leżąca nad warstwą wzbudzącą przesuwana się w głąb i staje się aktywna dla modów o dużych częstotliwościach. Pojawia się niestabilność modów wolnych, które w modelach jaśniejszych były tłumione, za sprawą dużej dużej dysypacji w warstwie leżącej poniżej warstwy napędzającej. Ten efekt wyznacza górną granicę domeny SPB. Wraz z maleniem jasności zakres niestabilnych modów przesuwana się ku niskim częstotliwościom przy z grubsza tych samych rzędach radialnych, a zatem ku niższym wartościom ℓ . Na dolnym ograniczeniu mody z $\ell = 1$ stają się stabilne.

Nieco poniżej domeny SPB leży górna granica domeny gwiazd δ Scuti, która należy do klasycznego pasa niestabilności Cefeid. Niestabilne stają się wprawdzie mody p z $n = 8$, dla których z jednej strony warstwa jonizacji HeII jest już aktywna, ale funkcje własne zmieniają się w jej obrębie powoli, w odróżnieniu od modów wyższego rzędu. W obrębie tej domeny występują gwiazdy magnetyczne roAp, które pulsują w modach p wysokiego rzędu wzbudzone, jak się uważa, mechanizmem kappa działającym w warstwie jonizacji wodoru. Nie jest znany bezpośredni związek pola magnetycznego z działaniem tego mechanizmu. Być może jest nim hamujące działanie pola na transport konwektywny. Pośredni związek mógłby polegać na spowolnieniu rotacji, umożliwiającym dyfuzję helu w głąb, stąd zwiększeniu efektywności napędzania wodorowego.

Ograniczenia domeny δ Scuti od strony niskich jasności (temperatur) wynika z efektów turbulencji, których wyliczenie stanowi stale problem. Narysowane granica oparta jest na kalibracji danych obserwacyjnych. W pobliżu tej granicy konwekcja przenosi znaczącą część strumienia energii, a turbulencja odpowiada za znaczącą część ciśnienia całkowitego. Dla modów o niskich częstotliwościach zaburzenia strumienia konwektywnego działają destabilizująco i tak tłumaczy się istnienie domeny gwiazd typu γ Doradus, której nie można więc traktować



Rysunek 19: Niestabilne mody w ciągu modeli gwiazd populacji I o masach 12 i $1.8 M_{\odot}$. Z lewej strony widzimy cechy typowe dla gwiazd β Cep, z prawej dla δ Scuti. Duże kropka oznacza, że mod jest niestabilny. W pierwszym przypadku niestabilność obejmuje, co najwyżej, dwa mody radialne, w drugim do sześciu. Dla gwiazdy o masie $12 M_{\odot}$ niestabilność pojawia się dopiero wtedy gdy temperatura spadnie poniżej pewnej wartości, co prowadzi do dostatecznie wysokiej wartości $Q\omega$ (rów. 5.11) w warstwie napędzającej. Z tego samego powodu niestabilność pojawia się wpierw w modach o wyższej częstotliwości.



Rysunek 20: Teoretyczne domeny niestabilności modów na diagramie H-R. Wzdłuż pasa ciągu głównego pokazany jest (idąc od góry) zakres występowania niestabilności modów niskich rzędów radialnych $|n|$ (oznaczony jako β Cep). Poniżej, mamy domenę niestabilności modów g wysokich rzędów (SPB). Dalej wysoko-temperaturową granicę pasa niestabilności Cefeid, gdzie niestabilne są mody p i g niskich rzędów. Linia przerywaną zaznaczona jest schematycznie granica nisko-temperaturowa. Zaznaczone są też przybliżone położenia miejsca występowania niestabilności innych typów, z których tylko tylko typ DOV związany jest z działaniem mechanizmu kappa. Nie zaznaczona domena niestabilności gwiazd sdB mieści się w zakresie $\log T_{\text{eff}} = 4.6 - 4.3$ i $\log L/L_{\odot} = 1 - 2$.

jako odpowiednika domeny SPB. Odpowiedniki domen β Cephei i SPB znajdujemy wśród pulsujących gwiazd sdB, z których gorętsze pulsują w modach p i g niskich rzędów, a chłodniejsze w modach g wysokich rzędów.

4.5 Obserwable

Teoria liniowa nie daje pełnego opisu przewidywanej formy pulsacji. Jednak niektóre wyliczalne w ramach tej teorii wielkości nadają się do, w miarę bezpośredniego, porównania z obserwacjami. Są to przede wszystkim częstotliwości modów, na które efekty nieliniowe mają, w przypadku interesujących nas obiektów, znikomy wpływ.

Także tylko niewielkich zmian możemy spodziewać we względnych amplitudach i fazach parametrów powierzchniowych. Wybierając dowolnie zespoloną wielkość $y_1(R)$, wielkości stałych funkcje własnych mamy już jednoznacznie wyznaczone. Znamy więc obie składowe wektora przemieszczenia, ξ , (rów. 5.27), pole prędkości i zaburzenie składowej radialnej strumienia, którą zapiszemy jako (rów. 5.14)

$$fy_1(R) = y_6(R) - 2y_1(R) \quad (5.29).$$

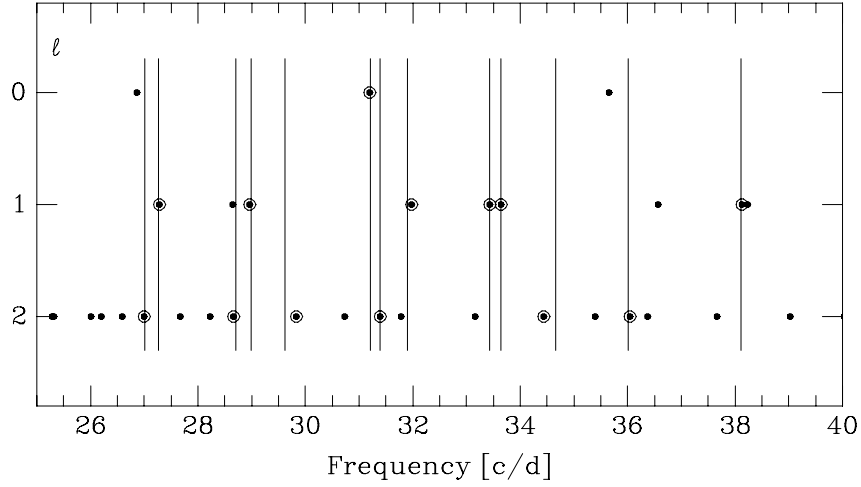
Znajomość zespolonej wartości f i σ pozwala na wyliczenie względnych amplitud i faz jasności w różnych pasmach fotometrycznych oraz prędkości radialnej. Wartość $\sigma = \sqrt{\pi/G\rho}$ potrzebna jest do wyliczenia składowych horyzontalnych ξ . Liniowa teoria pulsacji w połączeniu z modelami statycznych atmosfer, daje narzędzia do wyznaczenia stopni, ℓ , i azymutalnych rzędów wzbudzonych modów.

W ramach teorii liniowej nie potrafimy przewidzieć amplitud niestabilnych modów, ani też tego czy w ogóle niestabilny mod zostanie wzbudzony. Odwrotnie jednak warunek niestabilności obserwowanych modów jest znaczący i był wielokrotnie wykorzystywany jako ograniczenie na ich identyfikację i na model gwiazdy.

4.6 Modele sejsmiczne bez obserwacyjnych ograniczeń na ℓ i m

Gdy dysponujemy tylko o częstotliwościach modów i w widmie oscylacji brak powtarzających się odstępów, to identyfikacja modów możliwa jest tylko w połączeniu z konstrukcją modelu sejsmicznego.

Postępowanie polega na wyliczeniu częstotliwości modów niestabilnych w zakresie mierzonych częstotliwości w modelach o parametrach w przedziałach zgodnych z mierzonymi wartościami T_{eff} , g , $v \sin i$, e.c.t., , przyjmując górne ograniczenie na wartość $\ell = \ell_{\text{max}}$. Model opisuje zbiór parametrów Π , który może zawierać globalne parametry gwiazdy n.p. M , X_0 , wiek, i nieznanne parametry modelowania, n.p. α_{con} , d_{ov} . Identyfikatory modów (n, ℓ, m) i Π znajduje się drogą dwustopniowej optymalizacji. Wpierw, dla każdego z modeli



Rysunek 21: Mierzone częstotliwości (linie pionowe) z pracy Handlera i in. (1997) i częstotliwości wszystkich modów z $\ell \leq 2 = \ell_{\max}$ (kropki) w najlepszym modelu znalezionym w pracy Pamyatnykha i in. (1997). Model charakteryzujący następujące, zgodne z obserwacjami parametry: $M = 1.912M_{\odot}$, $V_{\text{eq}} = 89$ km/s, $\log T_{\text{eff}} = 3.906$, $X_0 = 0.7$, $Z = 0.02$. Okrążone kropki odpowiadają modom dopasowanym. Trzy mody radialne mają rzędy $n = 4, 5, 7$.

wyznacza się

$$D_{\mathbf{\Pi}} = \min \left[\sum_k (\nu_{k,\text{obs}} - \nu_{k,\text{cal}})^2 w_k \right], \quad (5.30)$$

gdzie k numeruje mody, a w_k jest wagą pomiaru. Następnie znajduje się minimum $D_{\mathbf{\Pi}}$, co prowadzi do wyznaczenia *najlepszej* identyfikacji (n_k, ℓ_k, m_k) i *najlepszych* parametrów modelu, $\mathbf{\Pi}$.

Przykład wyniku takiej procedury zastosowanej do gwiazdy typu δ Scuti XX Pyx, dla której zmierzono 13 częstotliwości modów, $\nu_{k,\text{obs}}$, pokazuje rys.21. Do $\nu_{k,\text{obs}}$ dopasowywane były częstotliwości modelowe, $\nu_{k,\text{cal}}$, wyliczone dla trójwymiatowej siatki 40000 modeli. Dopasowywanymi parametrami modeli wyliczonych zwykłym kodem ewolucyjnym, w przedziałach zgodnych z danymi spektroskopowymi, były $\mathbf{\Pi} = (M, T_{\text{eff}}, V_{\text{eq},0})$. Parametry składu chemicznego ustalone były na wartościach $X_0 = 0.7, Z = 0.02$. Modele znajdowały się w środkowej części pasa ciągu głównego (X_c pomiędzy 0.3 i 0.6). Przyjęto, że w czasie ewolucji gwiazda utrzymuje rotację jednorodną, przy zachowaniu globalnego momentu pędu. Dla każdego z tych modeli wyliczone zostały częstotliwości wszystkich niestabilnych modów z $\ell \leq \ell_{\max} = 2$, z uwzględnieniem rotacji do efektów kwadratowych włącznie.

Widzimy, że z 30 niestabilnych modów o stopniach $\ell \leq 2$ tylko 13 można było związać z modami wykrytymi w XX Pyx. Wśród tych 13tu jest tylko jeden mod radialnych. Większość modów niskich stopni pozostała niewzbudzona lub osiągnęła amplitudy poniżej progu detekcji wynoszącego 1mmag. Multipty

są wyraźnie asymetryczne, co świadczy o istotnej roli dystorsji odśrodkowej, kwadratowego efektu rotacji. W przypadku bliskiej pary modów $\ell = 2$ multiplety nachodzą na siebie. Na 78 odstępów między mierzonymi częstotliwościami, są tylko 2 są w dobrym przybliżeniu równe. To te dwa przypisane dwóm parom modów modów $\ell = 1, m = \pm 1$.

Rysunek sugeruje dobre dopasowanie, jednak dla niektórych odległość modelowych częstotliwości znacznie błędy pomiarów (względny błąd $< 5 \times 10^{-4}$). Poważniejszym problemem jest to, że zbliżone wartości $D_{\mathbf{\Pi}}$ znalezione zostały dla dwóch istotnie różnych modeli z $(M/M_{\odot}, V_{\text{eq}}/1\text{km/s})$ wynoszącymi (1.955, 99) i (2.016, 56). Mod o najwyższej amplitudzie i jednocześnie najwyższej częstotliwości (38 c/d) został w tych modelach zidentyfikowany jako $\ell = 2$ i $m = +2$ (w pierwszym z nich), a $m = -2$ (w drugim), podczas gdy na rysunku 21 widzimy, identyfikację tego modu jako $\ell = 1, m = 0$.

Opisana procedura identyfikacji modów w połączeniu z konstrukcją modelu jest ryzykowna i trudna. Przyczyną niezadowalającego dopasowania może być zarówno, ograniczenie się do modów z $\ell \leq 2$, jak i nieuwzględnienie niepewności w $\nu_{k,\text{cal}}$. Z większym sukcesem procedura zotała zostosowana do pulsujących gwiazd sdB, chociaż i w tym przypadku należy odnieść się z ostrożnością do uzyskanych rezultatów. Dlatego bardzo ważne jest wykorzystanie dodatkowych obserwacji do ograniczeń na wartości ℓ i m wykrywanych modów.